

Conférences Plénières

Arnak Dalalyan (ENSAE)

Title: Langevin Monte Carlo. Randomised midpoint method revisited

Abstract: Langevin Monte Carlo is an efficient and widely used method for generating random samples from a given target distribution in a high-dimensional Euclidean space. Various variants of the Langevin Monte Carlo method have been proposed and discussed in the literature; depending on the properties of the target distribution, some variants may be preferred to others. Among these variants, it has been shown that the Randomized Midpoint Langevin Monte Carlo (RMP-LCM) method has the best known non-asymptotic theoretical guarantees on the sampling error, when the log-density of the target distribution has a continuous Lipschitz gradient. The objective of this talk is to review these results, as well as to present some extensions and improvements.

Céline Duval (Université de Lille)

Title: Étude des petits sauts des processus de Lévy : approximation et estimation

Abstract: Les processus de Lévy sont des processus à temps continu à accroissements indépendants et stationnaires permettant de modéliser une grande variété de phénomènes. Nous nous intéressons à la dynamique des sauts de ces processus, qui est caractérisée par sa densité de Lévy. La difficulté de l'étude de tels objets réside dans la manipulation de la martingale regroupant les petits sauts (sauts plus petits qu'un certain seuil en valeur absolue) du processus qui demeure mal connue. Par exemple il n'existe pas de formule fermée donnant la distribution de cette martingale à un instant $t \geq 0$, ce qui soulève des problèmes numériques ou théoriques lorsque cette quantité doit être contrôlée. Dans différents contextes (estimation ou approximation) nous présentons des résultats permettant de mieux appréhender cette quantité.

La présentation reposera sur différents travaux effectués en collaboration avec Alexandra Carpentier, Taher Jalal et Ester Mariucci.

Béatrice Laurent-Bonneau (INSA de Toulouse)

Title: Tests adaptatifs d'indépendance basés sur des méthodes à noyaux

Abstract: Cet exposé s’appuie sur des travaux réalisés en collaboration avec M. Albert, A. Marrel et A. Meynaoui [Albert et al., 2022] ainsi que A. Schrab, I. Kim, M. Albert, B. Guedj et A. Gretton [Schrab et al., 2023]. Nous nous intéressons d’une part à tester l’indépendance de deux vecteurs $X \in \mathbb{R}^p$ et $Y \in \mathbb{R}^q$ à partir de l’observation d’un n -échantillon $((X_1, Y_1), \dots, (X_n, Y_n))$ et d’autre part à tester que deux échantillons indépendants de variables aléatoires à valeurs dans \mathbb{R}^p , (X_1, \dots, X_m) i.i.d. de loi de probabilité P et (Y_1, \dots, Y_n) i.i.d. de loi de probabilité Q , ont même loi.

Le point commun de ces travaux est d’utiliser la notion de MMD (Maximum Mean Discrepancy) qui définit une métrique entre lois de probabilités basée sur des noyaux dans des espaces de Hilbert à noyau reproduisant (RKHS). Plus précisément, étant donné un noyau k et le RKHS associé \mathcal{H}_k , la MMD entre deux mesures de probabilités P et Q est définie par

$$\text{MMD}_k(P, Q) = \sup_{f \in \mathcal{H}_k, \|f\|_{\mathcal{H}_k} \leq 1} E_{X \sim P} [f(X)] - E_{Y \sim Q} [f(Y)].$$

Pour certains types de noyaux, dits caractéristiques, la nullité de $\text{MMD}_k(P, Q)$ équivaut à l’égalité des mesures de probabilités P et Q .

Pour le problème de test d’égalité des lois P et Q de deux échantillons, nous nous concentrons sur l’estimation de la quantité $\text{MMD}_k(P, Q)$, pour un certain choix de noyau k , en suivant les travaux précurseurs de [Gretton et al., 2007].

Par ailleurs, pour tester l’indépendance de deux vecteurs aléatoires X et Y , nous proposons d’utiliser le critère d’indépendance de Hilbert-Schmidt (HSIC) introduit par [Gretton et al., 2005] qui n’est autre que la MMD (associée à un certain noyau) entre la loi du couple (X, Y) et le produit des lois marginales.

L’objectif de l’exposé sera de proposer des estimateurs de la MMD et du HSIC puis d’en déduire des tests d’homogénéité et des tests d’indépendance. Nous verrons en particulier le recours à des techniques de permutation pour garantir le niveau des tests. Par ailleurs, nous donnerons des résultats de puissance pour les tests, qui s’appuient sur des inégalités exponentielles pour les U-statistiques dues à [Arcones and Giné, 1993] et [Giné et al., 2000]. Nous discuterons également du choix des noyaux utilisés et montrerons que l’agrégation de procédures de tests permet de construire des tests adaptatifs.

References

[Albert et al., 2022] Albert, M., Laurent, B., Marrel, A., and Meynaoui, A. (2022). Adaptive test of independence based on HSIC measures. *Ann. Statist.*, 50(2):858–879.

- [Arcones and Giné, 1993] Arcones, M. A. and Giné, E. (1993). Limit theorems for u -processes. *Ann. Probab.*, 21(3):1494–1542.
- [Giné et al., 2000] Giné, E., Latała, R., and Zinn, J. (2000). Exponential and moment inequalities for U -statistics. In *High dimensional probability, II (Seattle, WA, 1999)*, volume 47 of *Progr. Probab.*, pages 13–38. Birkhäuser Boston, Boston, MA.
- [Gretton et al., 2007] Gretton, A., Borgwardt, K., Rasch, M., Schölkopf, B., and Smola, A. (2007). A kernel method for the two-sample problem. In *Advances in Neural Information Processing Systems*, pages 513–520, Cambridge, MA. MIT Press.
- [Gretton et al., 2005] Gretton, A., Bousquet, O., Smola, A., and Schölkopf, B. (2005). Measuring statistical dependence with hilbert-schmidt norms. In Jain, S., Simon, H. U., and Tomita, E., editors, *Algorithmic Learning Theory*, pages 63–77, Berlin, Heidelberg. Springer Berlin Heidelberg.
- [Schrab et al., 2023] Schrab, A., Kim, I., Albert, M., Laurent, B., Guedj, B., and Gretton, A. (2023). MMD aggregated two-sample test. *J. Mach. Learn. Res.*, 24:Paper No. [194], 81.

Amandine Véber (CNRS et Université Paris-Cité)

Title: Modéliser le développement d’un champignon filamenteux

Abstract: Les champignons filamenteux forment une très large famille d’espèces ayant un rôle important dans le fonctionnement de nombreux écosystèmes. Ils se développent spatialement grâce à la croissance et à la multiplication de filaments (aussi appelés hyphes) qui permettent l’absorption et le partage de nutriments et d’autres molécules chimiques. Dans cet exposé, on commencera par présenter un modèle simple de croissance-fragmentation multi-type pour le développement du réseau hyphal qui vise principalement à identifier un petit nombre de paramètres-clés décrivant le développement du champignon dans des conditions homogènes et de comprendre et quantifier l’impact de diverses formes de stress sur la croissance du réseau de filaments. Puis on intégrera une dimension spatiale et une régulation locale des dynamiques grâce à un modèle plus complexe dont on considèrera la limite en grande population. Ces différents travaux sont en collaboration avec l’équipe pluridisciplinaire du projet ANR NEMATIC rassemblant des mathématiciens, biologistes, physiciens et géomaticiens autour de modèles et expériences de croissance de réseaux sous contraintes.

Jean-Christophe Mourrat (CNRS et ENS Lyon)

Title: Verres de spins à plusieurs types

Abstract: Les verres de spins sont des modèles de mécanique statistique dans lesquels un très grand nombre d'unités élémentaires appelés "spins" interagissent de façon désordonnée. On peut les voir comme des modèles simplifiés d'une large classe de problèmes se présentant en informatique théorique, en combinatoire, ou en statistiques en grande dimension. Dans le modèle le plus simple, dû à Sherrington et Kirkpatrick, la fonction d'énergie présente des termes d'interaction entre toutes les paires de spins. Une version bipartite de ce modèle peut être obtenue en divisant les spins en deux groupes et en ne gardant que les termes d'interaction qui vont d'un groupe à l'autre. Ce modèle et d'autres qui incorporent un nombre fini de types de spins restent mal compris mathématiquement. Je présenterai les difficultés qui s'y posent, et quelques progrès partiels.

Cyril Labbé (Université Paris Cité)

Title: Autour de l'Hamiltonien d'Anderson continu avec bruit blanc

Abstract: On s'intéressera à l'opérateur de Schrödinger aléatoire obtenu en perturbant le Laplacien par un bruit blanc. Je présenterai des résultats portant sur la construction de l'opérateur ainsi que sur ses propriétés spectrales. En dimension 1, la construction est relativement simple et des résultats très précis peuvent être énoncés sur le comportement des valeurs propres et des vecteurs propres de cet opérateur. En dimension supérieure, la construction requiert une renormalisation par des "constantes infinies" et l'étude des propriétés spectrales est encore limitée. La présentation s'appuiera sur des résultats obtenus en collaboration avec Laure Dumaz (DMA-ENS) et Yueh-Sheng Hsu (Ceremade-Dauphine).